A educação matemática mediada pelas tecnologias digitais: o uso da programação de computadores como estratégia didática

Autor(es): Lessa, Valéria Espíndola; Teixeira, Adriano Canabarro; Barros, Daniela Melaré V.

Publicado por: Imprensa da Universidade de Coimbra

URL persistente: URI:<http://hdl.handle.net/10316.2/47420>

DOI: DOI:https://doi.org/10.14195/978-989-26-1772-5_12

Accessed : 26-Apr-2023 08:06:08

A navegação consulta e descarregamento dos títulos inseridos nas Bibliotecas Digitais UC Digitalis, UC Pombalina e UC Impactum, pressupõem a aceitação plena e sem reservas dos Termos e Condições de Uso destas Bibliotecas Digitais, disponíveis em <https://digitalis.uc.pt/pt-pt/termos>.

Conforme exposto nos referidos Termos e Condições de Uso, o descarregamento de títulos de acesso restrito requer uma licença válida de autorização devendo o utilizador aceder ao(s) documento(s) a partir de um endereço de IP da instituição detentora da supramencionada licença.

Ao utilizador é apenas permitido o descarregamento para uso pessoal, pelo que o emprego do(s) título(s) descarregado(s) para outro fim, designadamente comercial, carece de autorização do respetivo autor ou editor da obra.

Na medida em que todas as obras da UC Digitalis se encontram protegidas pelo Código do Direito de Autor e Direitos Conexos e demais legislação aplicável, toda a cópia, parcial ou total, deste documento, nos casos em que é legalmente admitida, deverá conter ou fazer-se acompanhar por este aviso.

EDUCAÇÃO E HUMANIDADES DIGITAIS

IMPRENSA DA
UNIVERSIDADE
DE COIMBRA
COIMBRA
UNIVERSITY
PRESS

APRENDIZAGENS,
TECNOLOGIAS E
CIBERCULTURA

SARA DIAS-TRINDADE
DANIEL MILL
(ORGS.)

VALÉRIA ESPÍNDOLA LESSA

Instituto Federal do Rio Grande do Sul – campus Erechim

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0520-5721>

ADRIANO CANABARRO TEIXEIRA

Universidade de Passo Fundo

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7941-3515>

DANIELA MELARÉ V. BARROS

Universidade Aberta – Portugal

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1412-2231>

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA MEDIADA PELAS TECNOLOGIAS DIGITAIS: O USO DA PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA

MATHEMATICAL EDUCATION MEDIATED BY DIGITAL TECHNOLOGIES: THE USE OF COMPUTER PROGRAMMING AS A PEDAGOGICAL STRATEGY

RESUMO: Este trabalho insere-se na temática sobre a Educação Matemática mediada pelas tecnologias digitais e constitui parte de uma investigação de doutorado realizada junto ao Grupo de Pesquisa em Cultura Digital da Universidade de Passo Fundo, Brasil. Tem como objetivo refletir sobre o uso da programação de computadores no ensino e na aprendizagem da Matemática. O referencial teórico da investigação está na Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud e em elementos da teoria construcionista de Seymour Papert. A investigação em curso é de cunho qualitativo com estudo empírico. Com base nos resultados preliminares, que apontam para o potencial do ato de programar para o reconhecimento de invariantes operatórios, pretende-se ampliar o referencial teórico e replicar o estudo empírico a partir da constituição de uma estratégia didática baseada na Teoria dos Estilos de Aprendizagem.

Palavras-chave: Programação de Computadores; Teoria dos Campos Conceituais; Funções Afim; Teoria dos Estilos de Aprendizagem.

ABSTRACT: This work relates to Mathematics Education mediated by digital technologies and is part of an on-going PhD project conducted by the Digital Culture Research Group of the University of Passo Fundo, Brazil. It aims to reflect on the use of computer programming in the teaching and learning of Mathematics. The theoretical frame of the investigation is in Gerard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields and in elements of the constructionist theory of Seymour Papert. The current research is qualitative with an empirical study. Based on the preliminary results, which point to the potential of the act of programming for the recognition of operative invariants, it is intended to broaden the theoretical reference and to replicate the empirical study based on the constitution of a pedagogical strategy based on the Theory of Learning Styles.

Keywords: Computer Programming; Theory of Conceptual Fields; Functions Afim; Theory of Learning Styles.

Dada a crescente expansão do uso das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) e suas implicações nos modos de comunicação, de acesso às informações e, conseqüentemente, nas relações com o conhecimento, estamos diante de um momento histórico que impõe ao profissional da educação a necessidade de repensar sua prática, bem como de refletir sobre a aprendizagem dos estudantes mediada por estas tecnologias. Diante desse contexto, abrem-se a oportunidade e a necessidade de se desenvolver estudos e investigações na área da Educação, Educação e Ensino de Matemática e Informática Educativa que permitam repensar as ações docentes na sala de aula.

Neste texto, visamos apresentar algumas reflexões e resultados parciais de uma pesquisa em curso cujo objetivo é investigar os processos de representação e de compreensão de invariantes operatórios do campo conceitual das Funções Afim de estudantes da educação básica por meio de um ambiente de programação de computadores. Acreditamos ser relevante e atual o desenvolvimento de pesquisas que tratem do conceito de Funções Afim, uma vez que está presente na organização curricular da escola, e, conforme dados do SAEB (Inep, 2017), os estudantes brasileiros concluintes do Ensino Médio apresentam-se no nível dois de 10 níveis de proficiência em Matemática, indicando um conhecimento incipiente sobre a matéria escolar e, conseqüentemente, sobre Funções. Assim, exploramos uma forma de pensar a Educação Matemática na Escola Básica, buscando na perspectiva

teórica de Gérard Vergnaud e Seymour Papert os elementos integrantes do processo de ensino e aprendizagem.

A investigação em curso integra os trabalhos realizados pelo Grupo de Cultura Digital na Educação da Universidade de Passo Fundo-RS-Brasil que, em linhas gerais, investiga os processos pedagógicos no contexto da inclusão digital e da informática educativa. Também resulta de estudos realizados no estágio de doutoramento na Universidade Aberta, em Portugal, a partir de perspectivas que percebem as TDIC como um caminho potencializador para o ensino e a aprendizagem no mundo atual.

Desse modo, nas duas próximas seções apresentamos o referencial teórico de base, elencando os principais conceitos explorados na investigação. Na seção seguinte, explicitamos a metodologia utilizada e os resultados do estudo empírico (piloto). Em seguida, apontamos uma perspectiva teórico-metodológica na constituição de estratégias didáticas para o uso da programação de computadores na sala de aula, considerando a Teoria dos Estilos de Aprendizagem. Por fim, são indicadas algumas considerações sobre o estudo e as reflexões.

O campo conceitual das Funções Afim

Um campo conceitual, segundo a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud, constitui-se a partir de um conjunto de **situações** pelas quais o sujeito é confrontado em sua vida, um conjunto de **invariantes operatórios**, conhecimentos em ação (conceitos em ação e teoremas em ação) que permitem a compreensão das situações e a resolução destas e um conjunto de **representações**, que permitem dar formas simbólicas às ideias. Segundo Vergnaud (2003, p. 30), “campo conceitual é um conjunto vasto, porém organizado, a partir de um conjunto de situações”, e estas situações implicam propriedades, relações e representações, ou seja, é um conjunto de problemas, situações, conceitos, propriedades, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros. Para Vergnaud, na Matemática há dois campos conceituais a serem considerados: os campos das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas.

O campo conceitual das estruturas aditivas consiste no conjunto de situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações. O campo das estruturas multiplicativas consiste, de forma semelhante ao anterior, no conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões. Dentro do campo aditivo, tem-se os conceitos de cardinal, de medida, de transformação, de comparação, de composição binária, de inversão, de número natural, de número relativo, que não são exclusivos do campo das estruturas aditivas. O conceito de medida, por exemplo, também está presente no campo das estruturas multiplicativas, em situações nas quais medidas são obtidas por meio de multiplicações ou divisões (Vergnaud, 2003).

Embora Vergnaud tenha se dedicado aos estudos destes dois campos conceituais citados, eles não são os únicos que existem, a exemplo da

eletricidade e os esquemas que organizam a atividade do sujeito neste domínio. As situações a compreender e a tratar são diferentes: a iluminação de uma sala, a ligação de uma lâmpada a uma pilha (dois polos, dois fios, existência de corrente), a compreensão do circuito elétrico de uma habitação ou de um automóvel, a análise e a dissociação dos conceitos de intensidade, de tensão, de resistência e de energia para os cálculos de eletrocinética etc. (Vergnaud, 1996, p. 169).

Dessa maneira, pensamos que é possível falar em Campo Conceitual das Funções Matemáticas dentro do Campo das Estruturas Multiplicativas, ou seja, um conjunto de situações cujo tratamento implica o uso de relações de correspondência e dependência entre variáveis, ao mesmo tempo que diversos outros conceitos são envolvidos: proporcionalidade, taxa de variação, taxa fixa, regularidade, generalização, continuidade, entre outros.

Nesta perspectiva, o conhecimento de modo geral está organizado em campos conceituais, e o domínio de um campo conceitual ocorre respeitando o tempo cognitivo, a experiência, a maturidade e aprendizagem de cada um. Não ocorre em alguns meses, nem mesmo em alguns anos e pode ser que um domínio não se conclua plenamente. Isto porque situações novas surgem ao longo da vida dos sujeitos para serem confrontadas e superadas, e assim elas enriquecem e tornam mais complexo o campo conceitual.

Isso significa que o ensino de um conceito científico novo aos estudantes envolve o estabelecimento, por parte do professor, de situações didáticas pertinentes para que o conceito ganhe sentido. Ao mesmo tempo, para a aprendizagem deste conceito ocorrer é necessário que os estudantes, por meio de seus repertórios mentais, sejam capazes de buscar novas informações e construir novos conhecimentos ou modificar os existentes. Por isso, o papel do professor é fundamental neste processo. É importante propor situações não tão difíceis aos níveis cognitivos dos estudantes a ponto de não conseguirem mobilizar seus conhecimentos prévios, nem tão fáceis a ponto de as situações não se constituírem desafios para a (re)construção dos conhecimentos.

Num exemplo relacionado ao campo conceitual das medidas e da geometria, em que crianças precisavam comparar volumes de objetos, Vergnaud (1996, pp. 160-161) diz que “o primeiro esquema mobilizado foi o da comparação das alturas”, e elas concluíram que “quanto mais alto, maior o volume”. Na situação foi utilizado o conceito de altura, e, portanto, é um conceito em ação; a hipótese das crianças, de que quanto mais alto o objeto maior é o seu volume, é um teorema em ação. Este teorema é verdadeiro para as situações em que os objetos possuam a mesma base, e falso para situações mais gerais, em que a base não é sempre a mesma, pois daí se desconsidera que a área da base do objeto influencia no seu volume. Neste sentido, para a criança reformular e ampliar seu teorema em ação, precisará de outras situações envolvendo volume, altura e base, a fim de compreender a relação de proporcionalidade ali envolvida: o volume é proporcional à altura e à área da base do objeto.

Numa situação do campo conceitual das Funções Afim, por exemplo, que estabelece a função $f(x) = 3,80x + 8,00$, sendo $f(x)$ o gasto em reais num parque de diversões e x o número de brinquedos utilizados, um estudante faz duas afirmações: (i) “o valor gasto no parque depende da quantidade de brinquedos que usar”; (ii) “se eu usar 5 brinquedos gastarei 27 reais”. A partir disso, podemos dizer que ambas as afirmações são teoremas em ação, pois estabelecem relações entre objetos e são passíveis de serem verdadeiras ou falsas. O valor gasto e a quantidade de brinquedos tornam-se variáveis, e a relação estabelecida entre elas é de dependência. Assim, os dois objetos mate-

máticos, variáveis e dependência são os conceitos em ação manifestados que formam os dois teoremas em ação.

Independentemente do campo conceitual de interesse a ser ensinado e aprendido, é fundamental considerar as diferentes formas de estabelecer uma situação didática, os diferentes contextos em que estas situações estão inseridas e as principais noções conceituais envolvidas. Para Vergnaud (2014), quanto mais diversificadas forem as situações, mais condições os estudantes terão de compreender o respectivo campo conceitual. Neste sentido, foi importante sistematizar os principais invariantes operatórios que constituem o campo conceitual em questão, no sentido de servirem como categorias de análises do estudo. Isso se mostra indispensável para a pesquisa, que visa investigar as manifestações das representações e das compreensões destes elementos pelos estudantes, pois nos permite ter clareza do que olhar nas mobilizações conceituais deles durante a ação de resolver um problema.

No entanto, tais invariantes categorizados são do tipo conceitos em ação, pois não são passíveis de serem verdadeiros ou falsos na situação, podendo ser úteis ou não para sua resolução, e, fundamentalmente, são os conceitos que dão sustentação aos teoremas em ação elaborados pelos estudantes. Assim, os invariantes operatórios são: variável (IO1), taxa de variação constante (IO2), taxa fixa (IO3) e correspondência biunívoca (IO4).

É por meio da observação das representações que podemos inferir sobre as capacidades operatórias do estudante. No entanto, para sabermos sobre sua compreensão das noções que está operando será preciso perguntar a ele. E será por meio de suas explicações e argumentos que nós, professores e pesquisadores, teremos condições de conhecer mais sobre seus conhecimentos; portanto, investigar as mobilizações conceituais, suas representações e compreensões requer olharmos para a ação do estudante na resolução das situações propostas, nas justificativas e explicações que dá sobre suas ações. Requer identificarmos os invariantes operatórios a fim de detectar os esquemas ineficazes e tentar auxiliar os estudantes na tarefa de transformá-los em esquemas aplicáveis. Assim, passamos, no próximo item, à discussão dos recursos tecnológicos por meio dos quais o estudante pode estar manifestando suas ideias.

A programação de computadores e o ambiente Scratch

Considerando os diversos ambientes tecnológicos disponíveis para o planejamento e execução das situações didáticas, principalmente em relação à Matemática, há que se pensar sobre o recurso tecnológico a ser utilizado na pesquisa que estamos desenvolvendo. Se nossa escolha é trabalhar com as Funções Afim, poderíamos utilizar *softwares* como o Geogebra, o *Winplot*, o *GraphEq*, o *Graphmatica*, entre outros, que se constituem em ferramentas interessantes e capazes de dinamizar os objetos matemáticos pertinentes ao conteúdo.

No entanto, aproximamo-nos das ideias de que o ato de escrever um algoritmo¹ é associado à ação de “ensinar” o computador a fazer algo, seja um desenho, um cálculo, o movimento de um objeto na tela do computador ou outra coisa. E para “ensinar” é necessário dispor de conhecimentos tanto da ferramenta computacional quanto do conteúdo envolvido. Um ambiente de programação proporciona o *feedback* contínuo entre a ação do programador e resposta do *software*² e a profusão de representações dinâmicas com as quais o aluno interage e expressa suas ideias (Papert, 1985, 2008).

Para Papert (1985, 2008), programar permite a construção de micromundos, em que a criança pode criar e recriar objetos e movimentos, aplicando seus conhecimentos tanto cotidianos como científicos. Se ela deseja programar o movimento de um ponto para que desenhe um quadrado, por exemplo, precisará mobilizar conhecimentos reais sobre a figura geométrica e sobre os movimentos necessários para este ponto realizar o desenho. Na tela do computador, a criança passa a ver o que ela mesma projetou, o que ela sabe sobre aquilo que fez e se seu programa desenhou um quadrado perfeito ou não. Isso possibilita reformular suas ideias até conseguir alcançar seu objetivo.

O processo sequencial, utilizado na elaboração de algoritmos, permite que a criança, ao testar suas hipóteses sobre a realização de um procedimento na forma de linguagem de programação, confronte imediatamente os resultados

¹ Sequência finita de instruções bem definidas.

² Para esclarecer, usaremos a nomeação “software” para nos referirmos aos aplicativos e “programa” para nos referirmos à combinação lógica de comandos que executam tarefas.

a partir do *feedback*. Este retorno imediato na tela do computador permite a reflexão sobre a ação e, se necessário, a reformulação das hipóteses iniciais para testá-las novamente. É um processo em espiral (Valente, 2005), em que podemos perceber nas representações nos códigos as descrições do pensamento e os diversos conhecimentos em ação.

A realização de uma tarefa desafiadora por meio da programação de computadores dá indícios, a princípio, de que os esquemas do estudante são desequilibrados pela situação proposta, e a busca pelo reequilíbrio propicia o desenvolvimento de uma espiral de aprendizagem, a qual denominamos **espiral da conceituação**. Assim, elaboramos uma ilustração, representada pela Figura 1, a fim de representar a aproximação que estamos fazendo. A partir da situação (micromundo) no centro da imagem, vão se desenvolvendo os elementos da espiral em níveis de compreensão diferenciada, o que caracteriza o enriquecimento dos esquemas e dos invariantes operatórios.

Figura 1. Espiral da Conceituação na aprendizagem via programação de computadores.
Fonte: elaboração própria.

Para tanto, qualquer ambiente de programação poderia ser utilizado para a realização deste estudo, desde que permita o trabalho com variáveis, a interação com o usuário e que faça cálculos matemáticos. No entanto, deparamo-nos com a necessidade de definir um ambiente a fim de preparar os estudantes sobre suas ferramentas e de adaptar as situações matemáticas a partir das potencialidades deste.

Diante de várias opções, algumas razões levaram-nos à escolha do ambiente Scratch, lançado em 2007 pelo *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). Primeiramente, porque é um ambiente gratuito, de fácil acesso aos estudantes e professores de escola pública e possui um website com muitas informações relevantes, tutoriais, compartilhamento das criações e a possibilidade de usar o ambiente de forma *online* ou *offline*.

Depois, ao comparar programações simples em alguns ambientes, percebemos que a linguagem em blocos avança no sentido da aplicabilidade para a educação em relação às linguagens de programação em texto. Segundo Marji (2014), para se programar com as linguagens em texto, “você deve dar comandos ao computador no que parece ser uma forma enigmática de inglês” (Marji, 2014, p. 21), possuindo regras próprias de sintaxe, que a princípio são desafiadoras aos estudantes.

Neste sentido, programação em blocos parece favorecer a utilização da lógica de programação quando comparada a ambientes que possuem a programação baseada em texto, uma vez que os comandos estão todos visualmente disponíveis aos usuários, bastando apenas “arrastar” os blocos e “montar” o algoritmo, evitando erros de sintaxe. Além disso, são ambientes cujos comandos têm tradução para a língua portuguesa, facilitando de forma considerável o trabalho com estudantes da escola básica.

A partir das características específicas dos ambientes de programação, e mais propriamente das peculiaridades do Scratch, vemos uma grande potencialidade nas elaborações conceituais dos estudantes, quando noções são postas em ação, testadas e reformuladas. Neste sentido, interessamo-nos em saber como estes processos de elaborações acontecem, como os conceitos em ação e os teoremas em ação se desenvolvem, como são representados nos códigos de programação e como são compreendidos pelos estudantes. Assim, no próximo tópico, apresentamos brevemente o estudo empírico-piloto.

O ambiente de programação Scratch foi lançado em 2007 pelo grupo *Lifelong Kindergarten* no *Media Laboratory* do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), liderado por Mitchel Resnick.³ A partir de projetos de desenvolvimento de TDICs para envolver as pessoas (especialmente crianças) em experiências de aprendizagens criativas, o grupo cria um ambiente de programação com uma interface colorida, dinâmica e de fácil interação. Segundo Resnik *et al.* (2009), o principal objetivo do Scratch não é formar programadores profissionais, mas cultivar uma nova geração de pessoas criativas que usam programação para expressar suas ideias. Assim,

no processo de aprender programação, as pessoas aprendem muitas outras coisas. Eles não estão apenas aprendendo a programar, eles estão programando para aprender. Além de aprender ideias matemáticas e computacionais (tais como variáveis e condicionantes), eles também estão aprendendo estratégias para a resolução de problemas, elaboração de projetos e a comunicar ideias. Essas habilidades são úteis não apenas para cientistas da computação, mas para todos, independentemente da idade, interesse ou ocupação (Resnick *et al.*, 2009, s/p, tradução nossa).

Conforme Marques (2009), o termo Scratch provém da técnica de *scratching* utilizada pelos DJs (*disc-jockeys*) do hip-hop, que giram os discos de vinil, dando a sensação de arrancar a música para criar novos sons. Tal palavra foi usada para dar nome ao *software* tendo em vista que oferece a possibilidade de realizar a mistura dos diferentes recursos do ambiente (gráfico, animação, cálculo, texto, música e som) de modo criativo e divertido.

O Scratch é uma linguagem de programação visual, na qual os comandos são representados por blocos a serem arrastados e encaixados uns nos outros (*building-blocks*), formando empilhamentos verticais ordenados (*stacks*) na implementação dos algoritmos. A Figura 2 apresenta a interface do ambiente com três partes: o palco (parte superior esquerda, onde será possível visualizar a execução da programação), a lista de *sprites* (parte inferior esquerda, onde é possível mudar e acrescentar atores ao programa) e a aba *scripts* (os

³ [Consult. 22 Out. 2017]. Disponível em WWW: <URL: <http://web.media.mit.edu/~mres/>>.

roteiros, à direita), que contém os blocos (de diferentes cores para cada finalidade) e a área de *scripts* (onde serão encaixados os blocos).

Figura 2. Interface do Scratch 2.0, mostrando a aba *Script*.
Fonte: adaptada de Marji (2014, p. 23).

Na aba “Fantasias”, é possível modificar algum aspecto do ator. Alguns atores do *software* possuem várias fantasias, o que significa que possuem imagens diferentes de si (posição diferente das pernas, dos braços etc.), que, quando associadas por um programa, dão a ideia de movimento ao ator. Podemos também clicar na aba “Sons” e criar ou editar sons que serão inseridos no programa. A Figura 3 mostra essas duas abas.

Quando o encaixe entre dois blocos não é permitido pelo *software* é porque tal junção não faz sentido sintaticamente, evitando os erros deste tipo na programação. Porém, mesmo a programação em Scratch sendo considerada mais acessível se comparada às linguagens de texto, exige também o conhecimento prévio sobre seu funcionamento e as possibilidades que oferece. Saber quando um bloco deve ser encaixado no outro, quais blocos temos à disposição para usar e quais outros recursos existem necessita de tempo de exploração de suas ferramentas.

Figura 3. Aba “Fantasias”, à esquerda, e aba “Sons”, à direita.

Fonte: elaboração própria.

Para exemplificar, vamos programar uma simples operação de adição ($3 + 4$) no Scratch. Para isso, precisaremos de um bloco da aba “Operadores”. Também é necessário um bloco que inicie a programação que buscaremos na aba “Evento”. No entanto, como vemos na Figura 4, apenas estes dois blocos não são suficientes para fazer a operação, então precisaremos de um bloco que associe os dois e possibilite o encaixe. Usaremos, assim, o bloco “diga” da aba “Aparência”, que fará a conexão do “quando clicar em [bandeira]” com a operação de adição. Vemos, portanto, que a sintaxe do Scratch permite encontrar mais rapidamente a solução para eventuais erros que apareçam.

Diante do exposto, percebemos que a Matemática está intrinsecamente presente na programação em qualquer linguagem. Conceitos como sequência, iteração (*looping*), condicionais, variáveis, lógica booleana, entre outros, são tanto conceitos matemáticos quanto conceitos computacionais. Por fim, é importante ressaltar que o uso do Scratch na pesquisa foi uma opção metodológica para o estudo empírico realizado, mas que não invalida a possibilidade de utilização de outros ambientes (que já existem ou que estão por vir) na investigação das manifestações conceituais sobre Funções Afim.

Figura 4. Exemplo de programa para somar dois números.
Fonte: elaboração própria.

O estudo empírico-piloto: metodologia e resultados

Com o intuito de permitir a qualificação dos métodos e instrumentos, foi realizado um estudo-piloto no ano de 2016 a partir de uma perspectiva qualitativa, em que desenvolvemos uma intervenção com dois estudantes do Curso Técnico em Informática do Instituto Federal do Rio Grande do Sul (IFRS), campus Erechim, que cursavam concomitantemente a primeira série do Ensino Médio em Escola Pública Estadual.

Nessa intervenção, foram usados dois instrumentos metodológicos: 1) a aplicação de situações sobre Funções Afim no ambiente de programação Scratch, objetivando proporcionar um ambiente propício para que os invariantes operatórios se manifestassem; 2) a realização de perguntas ao longo da aplicação numa aproximação ao método clínico piagetiano (Delval, 2002; Carraher, 1998), objetivando entender os processos de representação e de compreensão dos estudantes sobre os conceitos matemáticos envolvidos nas situações.

As cinco situações foram elaboradas a partir de problemas propostos em livros didáticos sobre Funções Afim em que realizamos adaptações para sua resolução no Scratch. Nessa busca por situações em livros didáticos, também realizamos uma análise sobre os principais invariantes operatórios envolvidos

na resolução dos problemas e categorizamos quatro invariantes que constituíram nossas categorias de análise: variável (IO1), taxa de variação constante (IO2), taxa fixa (IO3) e correspondência biunívoca (IO4). Tais invariantes não foram os únicos observados, no entanto, julgamos serem os mais relevantes para a compreensão das Funções Afim.

A aplicação das situações aconteceu durante um turno de, aproximadamente, 3h30min com os dois estudantes de forma simultânea e numa mesma sala nas dependências do IFRS, campus Erechim. As situações foram entregues de forma impressa, e cada estudante tinha acesso a um notebook com o ambiente Scratch 2.0 devidamente instalado.

Os estudantes Luan e Cássia,⁴ voluntários para a realização da pesquisa, estavam cursando a primeira série do Ensino Médio em Escola Pública da cidade de Erechim-RS e, ao mesmo tempo, o segundo semestre do Curso Técnico em Informática do IFRS. No entanto, na análise do estudo-piloto priorizamos os dados produzidos a partir de um dos estudantes, pois entendemos que os resultados seriam suficientes para alcançar o objetivo dessa primeira fase de empiria. A escolha por Cássia deu-se por apresentar maior diálogo durante a realização das situações.

A entrevista aconteceu enquanto os estudantes faziam suas programações no Scratch, e as perguntas realizadas não seguiram um roteiro específico. A ideia era questionar sobre como e por que faziam tais resoluções e programas no Scratch, tentando perceber os processos envolvidos na representação e compreensão dos invariantes operatórios.

Os dados foram produzidos mediante a gravação da tela dos notebooks em formato de vídeo, os arquivos do Scratch e anotações dos pesquisadores. A gravação das telas dos dois computadores na forma de vídeo permitiu captar o movimento das construções no Scratch e o áudio das falas que aconteciam ao redor (dos estudantes e dos pesquisadores), a partir do uso do *software Active Presenter Free Edition Version 6.0.3*. Isso possibilitou elaborar um arquivo de transcrição com imagens associadas às falas. Como parte do material de análise, também tínhamos os arquivos resultantes das programações dos estudantes no formato *.sb2* do Scratch e as anotações escritas, tanto

⁴ Nomes fictícios para preservar o anonimato dos sujeitos de pesquisa.

dos estudantes, na folha entregue a eles com as atividades, como as nossas, a partir das observações e intervenções do momento.

Sendo inviável apresentar com detalhes todas as situações propostas aos estudantes e todas as manifestações sobre os quatro invariantes operatórios, apresentamos neste texto uma breve análise de uma das situações. No Quadro 1 temos o enunciado da Situação 2, e na Figura 5, a elaboração final do item (a) da referida Situação feita por Cássia.

Quadro 1. Enunciado da Situação 2.

SITUAÇÃO 2: CUSTO DE PRODUÇÃO

Suponha que a função $C(x) = 15x + 30$ represente o custo total de produção de um determinado artigo, em que C é o custo (em reais) e x é o número de unidades produzidas.

a) *Crie uma programação no Scratch para descobrir o custo de fabricação de 30 unidades deste produto.*

b) *Poderíamos usar este mesmo programa feito no item (a) para inserir outros valores além de 30? Por quê?*

c) *Agora, o que você poderia fazer para descobrir o número de unidades que devem ser produzidas para que o custo total seja R\$ 1.000,00? Utilize o Scratch para responder.*

d) *Poderíamos usar o mesmo procedimento no item (c) para outros valores além de R\$ 1.000,00?*

Fonte: elaboração própria.

Figura 5. Elaboração final da Situação 2, item (a), de Cássia.

Fonte: elaboração própria.

Na resolução do item (a), conforme a Figura 5, Cássia organizou de forma correta o programa a partir do modelo matemático informado no enunciado da Situação, $C(x) = 15x + 30$. Criou três variáveis, duas para representar os valores fixos dados pela situação e uma para a variável independente x da função que denomina “quantidade de unidades”. Ao testar seu programa, inseriu vários valores na variável “quantidade de unidades” e obteve valores correspondentes para a variável dependente $C(x)$. Quando questionada, conforme consta no Quadro 2, Cássia mostrou entender que, para obter o valor total do custo, seria preciso definir valores para estas variáveis. É interessante observar que, quando ela considera os valores fixos da função (o 15 e o 30) como variáveis na programação, está ampliando o uso do programa para outras situações semelhantes que envolvam outros valores para as constantes a e b . Isso pode evidenciar um processo de generalização para seu programa.

No entanto, constatamos que era preciso ter feito questionamentos específicos a Cássia sobre cada invariante operatório para termos mais elementos sobre sua compreensão conceitual. Por exemplo, poderíamos ter perguntado qual o significado do 15 e do 30 na situação, qual a diferença no custo de produção de 30 para 31 unidades, de 45 para 46 unidades, se seria possível ter dois valores diferentes de unidades produzidas que resultassem no mesmo custo etc. Isso trouxe indicativos da necessidade de melhoria dos métodos de entrevista.

Quadro 2. Excerto do diálogo entre Cássia (C) e os Pesquisadores (P), na Situação 2, item (a).

P: Explica o que você fez no item (a).

C: Eu criei uma variável para cada um dos valores para que já armazenasse. O usuário dá um valor e já armazena naquela variável, para depois ele calcular e dizer o valor total. Se o usuário quiser mudar os valores, ele sabe que tem que trocar os valores, no caso.

Fonte: elaboração própria.

No processo de resolução do item (c), conforme o Quadro 3, podemos ver que as hipóteses da estudante sobre o conteúdo foram postas em ação na elaboração do algoritmo. Ela testou alguns cálculos (descrições e execuções das

suas ideias), realizou provas reais, refletiu sobre os resultados e reformulou seu programa (reflexão e depuração) até encontrar o que procurava. Nesse processo, percebemos que o invariante operatório correspondência biunívoca (IO4), no que se refere à ideia de “volta”, ou reversibilidade (encontrar x a partir de y), não estava de todo modo claro para a estudante no início da atividade. Foi a partir dos vários testes feitos que ela mostrou compreender o conceito. O excerto do Quadro 4 mostra que é possível considerarmos que a Situação 2 possibilitou que ela passasse a entender melhor o IO4.

Quadro 3. Processo de elaborações da Situação 2, item (c), de Cássia.

<p>(1.^a)</p>	<p>(2.^a)</p>	<p>Prova real da (2.^a)</p>
<p>(3.^a)</p>	<p>(4.^a)</p>	<p>(5.^a)</p>
<p>Prova real da (5.^a)</p>

Fonte: elaboração própria.

Quadro 4. Excerto do diálogo entre Cássia (C) e os Pesquisadores (P), na Situação 2, item (c).

P: Por que você subtraiu 30 e depois dividiu por 15?

C: Porque 30 seria um custo a mais que você coloca. Por exemplo, sei lá, tinha a mão de obra, então você vai diminuir do valor total da conta e depois dividir pelo 15, que é o valor de cada unidade.

P: Certo, você já tinha essa ideia de que tinha que diminuir o 30 desde o início ou descobriu testando?

C: Foi testando, daí ficou mais claro para mim.

Fonte: elaboração própria.

Na experiência-piloto realizada e na análise de todas as situações realizadas por Cássia foi possível identificar representações dos quatro invariantes operatórios categorizados, mas a investigação sobre a compreensão de Cássia sobre tais invariantes ficou prejudicada. Neste sentido, será necessário realizar melhorias no método para a realização de um estudo empírico futuro, principalmente no que se refere à entrevista clínica. Além disso, consideramos ser importante realizar um diagnóstico sobre os conhecimentos prévios dos estudantes para, então, entendermos melhor o processo de compreensão que as situações no Scratch poderão ou não propiciar ao estudante.

Ademais, após a realização do estudo-piloto e da qualificação da pesquisa, abriu-se a possibilidade de refletir sobre as situações didáticas que propusemos e sobre como elas podem influenciar nesse processo de representação e compreensão dos estudantes. Nesse sentido, consideramos ser importante que tais situações sobre Funções Afim mediadas pelo ambiente de programação Scratch sejam pensadas com o propósito de constituírem uma estratégia didática, no sentido de servir como instrumento de pesquisa e, também, como base para que professores construam suas próprias propostas, já pensando, portanto, numa contribuição da pesquisa. Passamos a tratar sobre isso no próximo item.

Os estilos de aprendizagem para a qualificação da estratégia didática do estudo empírico

Por estratégia didática entendemos, a partir de Libâneo (2007), uma organização dos objetivos educacionais e didáticos, do conteúdo a ser ensinado, dos métodos envolvidos na ação de ensinar do professor e na ação de aprender do estudante, e de um aporte teórico. No que se refere à estratégia que queremos construir para o estudo empírico futuro, objetivamos propiciar a manifestação de invariantes operatórios do conteúdo das Funções Afim, usando o ambiente de programação Scratch como recurso tecnológico mediador entre o estudante e seus conhecimentos. Os pressupostos teóricos são embasados na Didática da Matemática e na Psicologia Cognitiva e proporcionados pela TCC e no uso do computador segundo a Teoria Construcionista.

No estabelecimento dessas situações, ampliamos o conjunto teórico da pesquisa trazendo a Teoria dos Estilos de Aprendizagem como uma referência importante, porque embasa as metodologias e as estratégias didático-pedagógicas, com o objetivo de diversificar e de possibilitar caminhos diferenciados, mas com um objetivo final comum de aprendizagem (Barros, 2016, 2017). Ao considerar as diferentes formas como os estudantes estão aprendendo, interagindo e respondendo aos ambientes de aprendizagem, abre-se a possibilidade de pensar a didática para desenvolver mais e melhor estas diferentes formas de aprender. Para Barros (2014), os estilos de aprendizagem são definidos como as formas pessoais de processar as informações, os sentimentos e os comportamentos frente às situações de aprendizagem. Alonso, Gallego e Honey (2002) entendem os estilos de aprendizagem como traços cognitivos, afetivos e fisiológicos e definem quatro tipos: ativo, reflexivo, teórico e pragmático.

Conforme Alonso, Gallego e Honey (2002), podemos dizer que pessoas com predominância do estilo ativo se entusiasma com tarefas novas, com desafios, com resolução de problemas. Gostam de agir em grupos e, frequentemente, são os protagonistas, os líderes, os dirigentes. Pessoas com o estilo predominantemente reflexivo são grandes observadoras e gostam de analisar alternativas possíveis antes de realizar algo. Geralmente são ponderadas e detalhistas. Pessoas com predominância no estilo teórico geralmente são

metódicas, objetivas, perfeccionistas e críticas. Compreendem o mundo pelo estabelecimento de modelos com estruturas lógicas, gostam de analisar e sintetizar. E, por fim, pessoas com o estilo pragmático predominante gostam de experimentar, de ver o resultado prático das ideias, compreendem as coisas por sua aplicabilidade. São realistas e práticas.

Segundo Barros (2009), o objetivo da teoria não é rotular de forma estagnada os indivíduos, mas identificar o estilo de maior predominância na forma de aprender (pois todos temos os quatro estilos, com mais ou menos evidência) e, com isso, direcionar as atividades didáticas no sentido de valorizar o estilo predominante e, ao mesmo tempo, desenvolver os outros estilos. Assim, a intenção é ampliar as capacidades dos sujeitos e suas formas de assimilação dos conteúdos, desenvolvendo todos os estilos de aprendizagem.

Os trabalhos de Nakashima, Barros e Amaral (2009), Barros (2009, 2016, 2017) e Barros, Alonso e Amaral (2008) trazem ainda uma contribuição importante no que tange às TDICs. Para estes autores, a Teoria dos Estilos de Aprendizagem amplia as possibilidades metodológicas para o desenvolvimento de conteúdos educacionais mediante o uso das tecnologias. Isso significa fazer da tecnologia um potencializador e desenvolvedor de todos os elementos de cada estilo. Nesse sentido, a nossa intenção no uso da teoria foi de pensar as situações a fim de possibilitar o desenvolvimento de todos os estilos. Isto é, elaborar um instrumento de pesquisa e uma estratégia didática que contemplasse os quatro estilos no sentido de atender ao estilo predominante do estudante e, ao mesmo tempo, desafiá-lo em outros estilos.

Realizar a elaboração das situações didáticas para privilegiar todos os estilos requer pensar em formas de apresentar os problemas matemáticos que possibilitem o desenvolvimento das características de cada um. Conforme Alonso, Gallego e Honey (2002), uma pessoa com estilo ativo pode aprender melhor se é desafiada a fazer algo que nunca fez antes, quando precisa buscar as informações, quando os dados da situação não estão todos explícitos; uma pessoa com estilo reflexivo pode aprender melhor se são exigidos dela a observação, o planejamento da ação, a reflexão antes de agir; uma pessoa com estilo teórico pode aprender melhor se as questões propostas possuem os dados precisos e com finalidades claras, em que consiga estabelecer e modelar as etapas de resolução de forma bem definida; e uma pessoa com o estilo

pragmático pode aprender melhor se lhe é proposto fazer algo que tenha uma aplicação prática, que possa experimentar, simular.

Diante disso, a investigação em curso encontra-se num momento de (re) elaboração de seus instrumentos, ao pensarmos na ampliação dos tipos de problemas matemáticos a serem propostos. Se a maioria das situações que encontramos nos livros didáticos de Matemática e que costumam ser trabalhadas nas escolas é geralmente constituída por problemas fechados, que contêm todas as informações necessárias e que dificilmente exigem do estudante um envolvimento maior, por exemplo, na busca de mais informações para resolver a situação, no uso da criatividade, ou na construção de algo como uma simulação para visualizá-la, pensamos em estender as atividades para outros cenários. Cenários mais “abertos”. Situações em que o estudante terá que lidar com a falta de informações, com a construção de algo que possibilita “concretizar” as ideias abstratas e usar a imaginação.

Neste sentido, consideramos que a realização de situações com a programação de computadores tende a viabilizar que todos os estilos de aprendizagem sejam explorados. Quando o estudante precisa resolver alguma situação com a programação, ele poderá criar e inventar algo que nunca fez antes (estilo ativo), planejar suas ações para esta criação (estilo reflexivo), estabelecer a ordem e organização dos passos, das etapas e dos códigos a serem usados (estilo teórico) e concretizar digitalmente suas ideias abstratas num programa ou simulação (estilo pragmático).

Para exemplificar, no Quadro 5 mostramos um exemplo de situação a ser proposta, contemplando o conteúdo matemático das Funções, a resolução por meio da programação de computadores e as principais noções conceituais envolvidas nesta resolução (tal organização didática culmina com a proposta de *Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK)* ou Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (Cibotto, Oliveira, 2017). A parte sombreada do quadro refere-se ao texto que será entregue aos estudantes, e as demais partes constituem nossa análise da situação.

Quadro 5. Situação a ser proposta com nossa análise.

SITUAÇÃO

A remuneração mensal dos funcionários em diversos estabelecimentos comerciais do estado do Rio Grande do Sul é composta de duas partes. Uma parte fixa, referente ao piso regional do comércio (salário-base) de R\$ 1.150,00, e uma parte variável, que se constitui de 20% do valor total das vendas do mês anterior deste funcionário.

- a) Elabore no Scratch um programa para que os funcionários destas lojas possam simular seu salário mensal a partir da inserção do total das suas vendas no mês. Teste para uma venda de R\$ 50.000,00 no mês.
- b) Um funcionário precisa receber no mês de junho um salário mínimo de R\$ 7.500,00 para conseguir pagar suas contas. Dessa forma, quanto precisará ser o seu total de vendas no mês anterior? Faça um programa no Scratch que responda a essa pergunta e que possibilite calcular o valor de vendas mensais a partir do salário desejado.

Possíveis resoluções no Scratch e os invariantes operatórios associados

a)

Fonte: elaboração própria.

Algumas considerações prospectivas

Neste texto, foi possível apresentar algumas ideias relacionadas à proposta teórico-metodológica da pesquisa em desenvolvimento, como a perspectiva teórica da TCC de Gérard Vergnaud sobre a conceituação matemática e a perspectiva de Seymour Papert, que considera a programação de computadores um meio interessante e potencializador para que o conhecimento se construa. Além disso, explicitamos a inserção da Teoria dos Estilos de Aprendizagem, após a realização do estudo-piloto, que nos ajuda a pensar as situações não apenas para a pesquisa, mas visando uma contribuição ao fazer docente, pois, ao considerar as diferentes formas como as pessoas aprendem, interagem e respondem aos ambientes mais diversificados de aprendizagem, possibilita pensarmos sobre uma didática que visa desenvolver mais e melhor estas diferentes formas de aprender.

Dados os resultados do estudo-piloto, encontramos-nos num processo de (re)elaboração das situações didáticas e dos métodos para o novo estudo empírico a ser realizado em 2018. De forma preliminar, é possível delinear

alguns pontos que pensamos serem interessantes para o redirecionamento do estudo:

- **Selecionar três estudantes.** Dada a característica da pesquisa de investigar os sujeitos na sua individualidade e considerando a complexidade das elaborações conceituais, uma análise minuciosa das representações e compreensões só seria possível com um número reduzido de estudantes. Assim, visando contemplar estudantes com níveis diferentes de desempenho matemático (o que talvez influencie ou não na manifestação dos invariantes operatórios), mas todos com elementos conceituais suficientes para compreender as situações propostas, pensamos em selecionar três estudantes.
- **Realização de um diagnóstico,** a fim de perceber a existência ou ausência de conhecimentos sobre invariantes operatórios das Funções Afim e possibilitar uma melhor análise sobre suas manifestações no Scratch.
- **Elaborar roteiros para a entrevista clínica,** com o intuito de servir como norte para as perguntas sobre os procedimentos dos estudantes e os invariantes operatórios manifestados sem, entretanto, pretender engessar a conversa, pois outras perguntas podem surgir no decorrer da atividade.

Por fim, é relevante considerar que em toda pesquisa as escolhas teóricas e metodológicas implicam um direcionamento do estudo e que, portanto, algumas decisões são tomadas em detrimento de outras. Este estudo ainda está sendo realizado, e os procedimentos ainda estão sendo construídos. No entanto, acreditamos na potencialidade da pesquisa tanto na elaboração de uma estratégia didática mediada pela programação de computadores quanto no estudo das manifestações conceituais dos estudantes, uma vez que tende a valorizar a operacionalidade dos esquemas e invariantes na atividade e as explicações e noções interpretativas que o estudante tem do que está fazendo. O diálogo de evidenciação dos teoremas em ação que queremos estabelecer com cada estudante pelo método de entrevista clínica pode mostrar que a programação de computadores contribui no processo da representação e de compreensão dos conceitos matemáticos.

Referências bibliográficas

- ALONSO, C. M.; GALLEGO, D. J.; HONEY, P. – *Los estilos de aprendizaje: procedimientos de diagnóstico y mejora*. 7.^a ed. Madrid: Mensajero, 2002. 223 p. ISBN 978-84-271-1914-7.
- BARROS, D. M. V. – Estilos de uso do espaço virtual: como se aprende e se ensina no virtual? *Inter-Ação* [Em linha]. 34:1 (2009) 51-74. [Consult. 11 Abr. 2017]. Disponível em WWW: <URL: <https://doi.org/10.5216/ia.v34i1.6542>>. ISSN 1981-8416.
- *Estilos de Aprendizagem e o uso das tecnologias*. 1.^a ed. São Paulo: Artesanato Educacional, 2014. 158 p. ISBN 978-85-64803-01-5.
- Estilos de Aprendizagem e Tecnologias. In RAMAL, A.; SANTOS, E. (Orgs.) – *Mídias e Tecnologias na educação presencial e a distância*. 1.^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. ISBN 978-85-216-2656-5. p. 233-241.
- Metodologia em EaD: estilos e uso do espaço virtual como perspectiva pedagógica para o design. In SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM POLÍTICAS PÚBLICAS E DESENVOLVIMENTO SOCIAL. Franca: Unesp, 2017. 13 p.
- BARROS, D. M. V.; ALONSO, C.; AMARAL, S. F. – Estilo de uso do espaço virtual. *Revista de Estilos de Aprendizagem* [Em linha]. Madrid. 1:1 (2008) 88-108. [Consult. 11 Abr. 2017]. Disponível em WWW: <URL: http://www2.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero_1/lsr_1_abril_2008.pdf>. ISSN 1988-89996.
- CARRAHER, T. N. – *O Método Clínico: usando os exames de Piaget*. 5.^a ed. São Paulo: Cortez, 1998. 161 p. ISBN 85-249-0231-0.
- CIBOTTO, R. A. G; OLIVEIRA, R. M. M. – TPACK: conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo: uma revisão teórica. *Imagens da Educação* [Em linha]. 7:2 (2017) 11-23. [Consult. 11 Abr. 2017]. Disponível em WWW: <URL <http://dx.doi.org/10.4025/imagenseduc.v7i2.34615>>. ISSN 2179-8427.
- DELVAL, J. – *Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças*. Trad. de Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002. 267 p. ISBN 85-363-0013-2.
- INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – *Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb)* [Em linha]. Brasília: Ministério da Educação, 2017. [Consult. 4 Jun. 2018]. Disponível em WWW: <URL: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/saeb>>.
- LIBÂNEO, J. C. – *Didática*. São Paulo: Cortez, 2007. 261 p. ISBN 9788524902987.

- MARJI, M. – *Aprenda a programar com scratch: uma introdução visual à programação com jogos, arte, ciência e matemática*. São Paulo: Novatec, 2014. ISBN 978-85-7522-312-3.
- MARQUES, M. T. – *Recuperar o engenho a partir da necessidade, com recurso às tecnologias educativas: contributo do ambiente gráfico de programação Scratch em contexto formal de aprendizagem*. Lisboa: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação/Universidade de Lisboa, 2009. 219 f. Dissertação de Mestrado.
- NAKASHIMA, R. H. R.; BARROS, D. M. V.; AMARAL, S. F. – O uso pedagógico da lousa digital associado à Teoria dos Estilos de Aprendizagem. *Revista Estilos de Aprendizaje*. Madrid. ISSN 2332-8533. 4:4 (2009) 169-178.
- PAPERT, S. – *Logo: computadores e educação*. Trad. de José A. Valente, Beatriz Bitelman e Afira V. Ripper. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985. ISBN 8511270019.
- *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Ed. rev. Porto Alegre: Artmed, 2008. 220 p. ISBN 9788536310589.
- RESNICK, M. [et al.] – Scratch: programming for all. *Communication of the ACM* [Em linha]. Nova Iorque. DOI 10.1145/1592761.1592779. 52:11 (2009) 60-67. [Consult. 13 Ago. 2018]. Disponível em WWW: <URL: <https://cacm.acm.org/magazines/2009/11/48421-scratch-programming-for-all/fulltext>>.
- VALENTE, J. A. – *A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação* [Em linha]. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2005. 238 f. Tese de doutoramento. [Consult. 11 Abr. 2018]. Disponível em WWW: <http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/284458/1/Valente_JoseArmando_LD.pdf>.
- VERGNAUD, G. – A Teoria dos Campos Conceituais. In BRUN, J. (Org.) – *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. ISBN 97-897-277-1220-5. p. 155-191.
- A Gênese dos Campos Conceituais. In GROSSI, E. P. (Org.) – *Por que ainda há quem não aprende? A Teoria*. Petrópolis: Editora Vozes, 2003. ISBN 85-326-2870-2. p. 21-60.
- *A criança, a matemática e a realidade: problemas no ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: Editora da UFPR, 2014. 322 p. ISBN 97-885-733-5230-6.

Agradecimentos

A elaboração da investigação discutida neste texto conta com o apoio e o fomento do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologias do Rio Grande do Sul (IFRS), campus Erechim, por possibilitar o afastamento docente para a dedicação integral aos estudos do doutorado. Do mesmo modo, contou com o apoio e fomento da Universidade de Passo Fundo (UPF) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) por proporcionar a bolsa do Programa de Suporte à Pós-Graduação de Instituições Comunitárias de Educação Superior – PROSUC/Capes. Às Instituições, nossos sinceros agradecimentos.